



www.amouzesh.tv

برنام خدا

شبکه آموزش شبکه فرصتهای برابر آموزشی



www.irib.ir/tv

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	
ردیف	سرواالات	نمره	

۱/۵	برای هر عدد طبیعی $n$ با استفاده از اصل استقراء ثابت کنید: $3 + 6 + 9 + \dots + 3n = \frac{3(n^2 + n)}{2}$	۱
۱	به روش استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصل جمع سه برابر هر عدد زوج با یک عدد فرد همواره فرد است.	۲
۱/۲۵	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است. در صورت درست بودن آن را ثابت کنید و در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید. الف) مربع هر عدد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است. ب) حاصل ضرب هر دو عدد زوج، عددی زوج است.	۳
۱	با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر $n^2$ مضربی از ۵ باشد، $n$ نیز مضربی از ۵ است.	۴
۰/۷۵	شخصی برای مهمانی خود ۳۹ نفر را دعوت کرده است. حداقل چند نفر در این مهمانی هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است.	۵
۱	درستی تساوی زیر را به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید: $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$	۶
۱	مقدار $x$ و $y$ را طوری تعیین کنید که دو زوج مرتب $(15, x - y)$ و $(x^2 - y^2, 2)$ با هم برابر باشند.	۷
۱	اگر $A = \{-2, -1, 0\}$ و $B = \{0, 1, 2\}$ دو مجموعه باشند: الف) $A \times B$ را مشخص کنید. ب) نمودار مختصاتی $A \times B$ را رسم کنید.	۸
۱	نمودار رابطه $R = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\}$ را رسم کنید.	۹
	«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان و داوطلبان در دوره‌ی نایستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	
ردیف	سؤالات	نمره	

۱۰	رابطه $R$ روی مجموعه $R^2$ به صورت رو برو تعریف شده است: $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = \sqrt{a - c}$ الف) نشان دهید $R$ یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(\sqrt{2})]$ را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر یا مساوی ۲۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت‌ها یکی را به طور قرعه بر می داریم. مطلوب است تعیین: الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی. ب) پیشامد $A$ که در آن عدد روی کارت مضرب ۵ باشد. پ) پیشامد $B$ که در آن عدد روی کارت کوچکتر از ۶ باشد. $A' \cap B$	۳
۱۲	از بین ۱۲ دانشجو می خواهیم به طور تصادفی ۴ نفر را برای تشکیل تیم کوهنوردی دانشگاه انتخاب کنیم. اگر ۷ نفر از این دانشجویان در رشته فیزیک و ۵ نفر در رشته شیمی مشغول به تحصیل باشند، مطلوب است احتمال آنکه در این تیم: الف) فقط یک دانشجوی رشته ی فیزیک باشد. ب) حداقل ۳ نفر از آنها دانشجوی رشته ی فیزیک باشند.	۱/۷۵
۱۳	دو عدد حقیقی به طور تصادفی در فاصله $[۰, ۲]$ انتخاب می کنیم. مطلوب است احتمال آنکه مجموع دو عدد بین ۱ و ۲ باشد.	۲
۱۴	در یک شهرستان ۴ نفر کاندیدای انتخاب شهردار هستند. اگر بدانیم شانس انتخاب شدن $A_1$ دو برابر شانس انتخاب شدن $A_2$ و شانس انتخاب شدن $A_3$ دو برابر شانس انتخاب شدن $A_4$ است و $A_4$ و $A_3$ هم شانس باشند، احتمال اینکه $A_1$ انتخاب شود چقدر است؟	۱/۵
۱۵	فرض می کنیم ۲۵٪ مردم یک شهر روزنامه الف و ۲۰٪ روزنامه ب و ۸٪ هر دو روزنامه را می خوانند. اگر شخصی به تصادف از اهالی این شهر انتخاب شود، احتمال این که هیچ یک از این روزنامه ها را نتواند چقدر است؟	۱/۷۵
	« موفق باشید »	جمع نمره
		۳۰

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح
	نمره

۱	$P(1): 3 \times 1 = \frac{3(1^2 + 1)}{2} \Rightarrow 3 = 3(0/25)$ $P(k): 3 + 6 + 9 + \dots + 3k = \frac{3(k^2 + k)}{2} (0/25)$ $P(k+1): 3 + 6 + 9 + \dots + 3k + 3(k+1) = \frac{3((k+1)^2 + k + 1)}{2} = \frac{3(k+1)(k+2)}{2} (0/25)$ <p>به طرفین فرض <math>3(k+1)</math> می افزاییم:</p> $3 + 6 + 9 + \dots + 3k + 3(k+1) = \frac{3(k^2 + k)}{2} + 3(k+1) (0/25)$ <p>طرف دوم حکم</p> $= \frac{3k(k+1) + 6(k+1)}{2} = \frac{3(k+1)(k+2)}{2} = (0/5)$
۲	$(0/25) \quad x = 2k \quad y = 2k' + 1 \Rightarrow 3x + y - 6k + 2k' + 1 = 3(2k + k') + 1 = 2k'' + 1$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$
۳	<p>الف) نادرست (0/25)</p> <p>ب) درست (0/25)</p> $1^2 = 1^3 \quad (0/25)$ $x = 2k \quad y = 2k' \quad xy = 4kk' = 2(2kk') = 2k'' \quad (0/5)$
۴	<p>فرض: <math>n^2 = 5K</math> حکم: <math>n = 5K'</math> (0/25)</p> $n^2 \neq 5K' \Rightarrow n^2 \neq 25K'^2 \Rightarrow n^2 \neq 5(5K'^2) \Rightarrow (0/5)$ <p>حکم برقرار است <math>\Rightarrow</math> (تناقض) (0/25)</p>
۵	<p>اگر تعداد میهمان ها را کیوتو و تعداد روزهای هفته را لانه در نظر بگیریم (0/25) حداقل ۶ نفر هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است. (0/25)</p> $39 - 5 \times 7 + 4$ $5 + 1 = 6 \quad (0/25)$
	« ادامه در صفحه ی دوم »



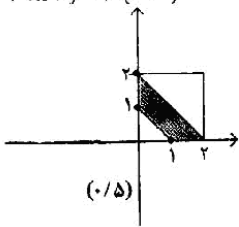
باسمه تعالی

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵
ردیف	راهنمای تصحیح

۱/۵	<p>خاصیت انعکاسی برقرار است. (۰/۲۵) <math>\forall (a, b) \in R^2 \quad (a, b)R(a, b) \Leftrightarrow b - b = 2(a - a) \Leftrightarrow 0 = 0</math></p> <p><math>\forall (a, b), (c, d) \in R^2 \quad (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)</math></p> <p><math>(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = 2(a - c) \Leftrightarrow d - b = 2(c - a) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)</math></p> <p>خاصیت تقارنی برقرار است. (۰/۲۵)</p> <p><math>\forall (a, b), (c, d), (e, f) \in R^2 \quad \begin{cases} (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = 2(a - c) \\ (c, d)R(e, f) \Leftrightarrow d - f = 2(c - e) \end{cases}</math></p> <p><math>b - d + d - f = 2(a - c) + 2(c - e) \Rightarrow</math> (۰/۵)</p> <p><math>\Rightarrow b - f = 2(a - e) \Rightarrow (a, b)R(e, f)</math></p> <p>خاصیت تریایی برقرار است.</p> <p>پس R یک رابطه هم ارزی است.</p> <p><math>[(1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(1, 2)\} = \{(x, y) \mid y - 2 = 2(x - 1)\} = \{(x, y) \mid y = 2x\}</math> (۰/۵)</p>	۱۰
۲	<p>الف) <math>S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>A = \{10, 20\}</math> (۰/۵)</p> <p>پ) <math>B = \{2, 4\}</math> (۰/۲۵)</p> <p>ت) <math>A' = \{2, 4, 6, 8, 12, 14, 16, 18\}</math></p> <p><math>A' \cap B = \{2, 4\}</math> (۰/۷۵)</p>	۱۱
۱/۷۵	<p>الف) <math>p(A) = \frac{\binom{7}{1} \binom{5}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{7 \times 10}{495} = \frac{70}{495}</math> (۰/۷۵)</p> <p>ب) <math>p(B) = \frac{\binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{7}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{35 \times 5 + 35}{495} = \frac{210}{495}</math> (۱)</p>	۱۲
« ادامه در صفحه ی چهارم »		

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۵ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی نایبستانی سال تحصیلی ۸۶ - ۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی
ردیف	راهنمای تصحیح
نمره	

۲	$1 < x + y < 2$ (۰/۲۵)  $a_s = 2 \times 2 = 4$ (۰/۲۵) $a_A = 4 - \left( \frac{2 \times 2}{2} + \frac{1 \times 1}{2} \right)$ $a_A = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$ (۰/۵) $p(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8}$ (۰/۵)	۱۳
۱/۵	$p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) + p(A_4) = 1$ (۰/۲۵) $p(A_2) = 2p(A_4)$ $p(A_1) = 2p(A_2) = 4p(A_4)$ (۰/۵) $p(A_3) = 2p(A_4)$ $4p(A_4) + 2p(A_2) + 2p(A_3) + p(A_4) = 1$ (۰/۲۵) $p(A_4) = \frac{1}{9}$ (۰/۲۵) $p(A_1) = 4p(A_4) = \frac{4}{9}$ (۰/۲۵)	۱۴
۱/۷۵	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ (۰/۲۵) $p(A \cup B) = ۰/۲۵ + ۰/۲۰ - ۰/۰۸ = ۰/۳۷$ (۰/۷۵) $p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) = 1 - ۰/۳۷ = ۰/۶۳$ (۰/۷۵)	۱۵
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم ، لطفاً به راه حل های درست دیگر نمره منظور فرمایید .