



باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۶ / ۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۵-۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه‌ی تابع روبه‌رو را تعیین کنید. $y = \frac{\sqrt{x-1}}{9-x^2}$	۰/۷۵
۲	توابع f و g با ضابطه‌های $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ مفروضند. الف) دامنه‌ی توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ب) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ را بنویسید.	۱/۲۵
۳	اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - \Delta x + 1 = 0$ باشند. مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ را تعیین کنید.	۱
۴	مقدار k را چنان بیابید که چند جمله‌ای $\Delta x^2 - \Delta x + k - 7$ بر $x - 2$ بخش‌پذیر باشد.	۰/۵
۵	ابتدا یک به یک بودن تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 0 \\ x^2+1 & x \geq 0 \end{cases}$ را بررسی کنید. سپس در صورت وجود، معکوس تابع f را تعیین کنید.	۱/۵
۶	حدود زیر را در صورت وجود تعیین کنید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x+1}}{\Delta x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{[x] + [-x]}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^4 - 1}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2 + \tan x} - \sqrt{2 - \tan x}}{2x}$	۲/۵
۷	با استفاده از قضیه‌ی فشردگی ثابت کنید: $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin x = 0$	۰/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ را در صورت وجود تعیین کنید.	۰/۷۵
۹	پیوستگی تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x \frac{\sqrt{ x }}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 0$ بررسی کنید.	
	« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درسی: حسامان	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۶ / ۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۵-۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	الف) مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right) + \sqrt[3]{x^2 - 5x}$ $g(x) = \text{Arc cot}(1 - 2x) + (2x - x^3)^4$ ب) اگر $f(x) = 3\sin x - \cos x$ و $y = f(\sqrt{x})$ مطلوبست محاسبه ی $\frac{dy}{dx}$	۲/۲۵
۱۱	در تابع $y = ax^2 + bx$ ضرایب a و b را چنان بیابید که راس سهمی روی خط $x = 1$ واقع باشد و منحنی تابع از نقطه ی $(-2, 4)$ بگذرد.	۱
۱۲	بادکنک کروی شکل را طوری باد می کنند که شعاع آن با آهنگ 0.3 سانتیمتر در ثانیه افزایش می یابد. آهنگ تغییر حجم بادکنک را در لحظه ای که شعاع آن 5 سانتیمتر است تعیین کنید.	۱
۱۳	تابع f با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq \frac{\pi}{4} \\ ax - b & x > \frac{\pi}{4} \end{cases}$ مفروض است. ضرایب a و b را چنان بیابید که این تابع در $x_0 = \frac{\pi}{4}$ مشتق پذیر باشد.	۱
۱۴	ضرایب a و b را چنان بیابید که مرکز تقارن توابع $y = x^3 - 2x^2 + a$ و $y = \frac{-2x+1}{x+b}$ برهم منطبق باشد.	۱
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin x - \sqrt{3} \cos x$ را در بازه ی $[0, 2\pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۶	معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی $x^2 y^2 = 25$ را در نقطه ی $A(-1, 5)$ بنویسید.	۱
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = x + [x]$ را رسم کنید. سپس مقدار $\int_{-4}^1 f(x) dx$ را محاسبه کنید. ([] نماد جزء صحیح است)	۱/۲۵
	« موفق باشید »	۲۰

باسمه تعالی

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۶ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۵-۸۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$\begin{cases} x \geq 1 \\ 0 \\ x \neq 2, x \neq 3 \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow D = [1, +\infty) - \{3\} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۲	$D_f = [0, +\infty) \text{ و } D_g = \mathbb{R} - \{1, -1\} \quad (0/25)$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in [0, +\infty) \mid \sqrt{x} \in \mathbb{R} - \{1, -1\}\} = [0, +\infty) - \{1\} \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) $\sqrt{x} \neq 1$ $x \neq 1$</p> $\Rightarrow gof(x) = \frac{1}{x-1} \quad (0/25)$	۱/۲۵
۳	$\alpha + \beta = 5 \text{ و } \alpha\beta = 1 \quad (0/25)$ $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha} = \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = 11 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱
۴	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \Rightarrow \text{باقیمانده} = \text{صفر} \rightarrow \Delta(2)^2 - \Delta(2) + k - 7 = 0 \rightarrow k = -3 \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۰/۵
۵	<p>بررسی یک به یک بودن شاخه ها و $R_1 \cap R_2 = \emptyset$ پس تابع یک به یک است (۰/۵) و</p> $y_1 = x - 1 \rightarrow x = y_1 + 1 \quad R_1 = (-\infty, 1)$ $y_2 = x^2 + 1 \rightarrow x = \sqrt{y_2 - 1} \rightarrow x = \sqrt{y_2 - 1} \quad R_2 = [1, +\infty)$ <p style="text-align: center;">$x \geq 0$</p> $f^{-1}(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 1 \\ \sqrt{x - 1} & x \geq 1 \end{cases} \quad (1)$	۱/۵
۶	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x+1}}{5x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{5x} = \frac{2}{5} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{[x] + [-x]} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{-1} = \lim_{x \rightarrow 0} (-\sin x) = 0 \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x - 1)}{(x-1)(x+1)(x^2 + 1)} = \frac{1}{4} \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{2 + \tan x} - \sqrt{2 - \tan x}) \times \sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 - \tan x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x}{2x(\sqrt{2 + \tan x} + \sqrt{2 - \tan x})} \quad (0/25)$</p> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $= \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ <p style="text-align: center;">« ادامه در صفحه ی دوم »</p>	۲/۵

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۶-۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۷	$-1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow - x \leq x \sin x \leq x \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x = \lim_{x \rightarrow 0} (- x) = 0 \rightarrow$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin x = 0$	۰/۷۵
۸	$x \geq 0 \left. \begin{array}{l} x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow D = [0, +\infty) - \{1\} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \rightarrow y = 0$ مجانب افقی</p> <p>(۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^\pm} y = \pm\infty \rightarrow x = 1$ مجانب قائم</p>	۰/۷۵
۹	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(-x \frac{\sqrt{-x}}{x}\right) = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(x \frac{\sqrt{x}}{x}\right) = 0 \quad (۰/۲۵)$ <p>$f(0) = 0$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0) \rightarrow$ (۰/۲۵) پیوسته است. $x_0 = 0$ در f</p> <p>(۰/۲۵)</p>	۱
۱۰	<p>(الف)</p> $f'(x) = -\frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2x-5}{2\sqrt{(x^2-5x)^2}} \quad (۰/۵) \quad (۰/۲۵)$ $g'(x) = \frac{-(-2)}{1+(1-2x)^2} + 2(2-2x^2)(2x-x^2)^2 \quad (۰/۵)$ <p>(۰/۲۵)</p> $f'(x) = 2 \cos x + \sin x \quad (۰/۲۵)$ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times f'(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}} (2 \cos \sqrt{x} + \sin \sqrt{x}) \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۲/۲۵
۱۱	$x = -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow 2a + b = 0 \quad (۰/۲۵)$ $2 = a(-2)^2 + b(-2) \rightarrow 2a - b = 2 \rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ و } b = -1 \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱

« ادامه در صفحه ی سوم »

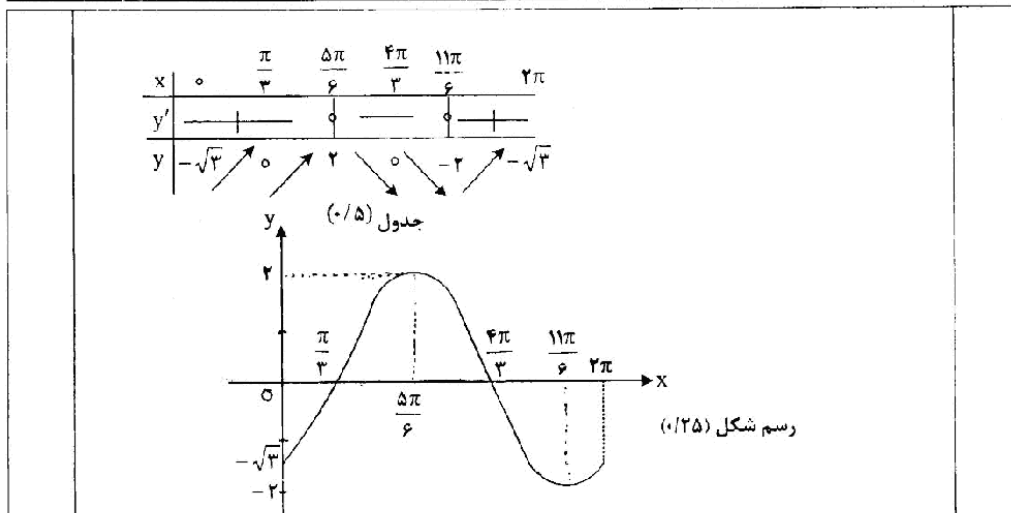
باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۶ / ۶ / ۱۳۸۶
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۸۶-۱۳۸۵	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

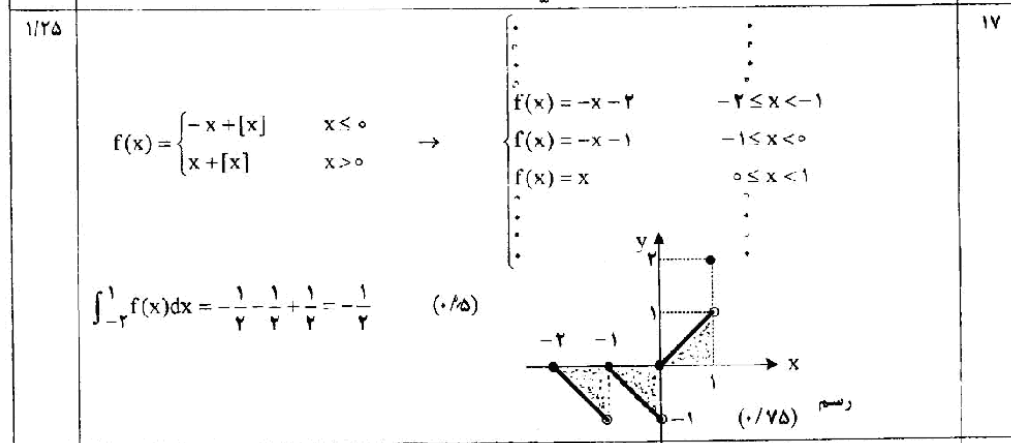
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$v = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (0/25)$ $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dR} \times \frac{dR}{dt} = 4\pi R^2 \times 0/0/3 = 4\pi(\Delta)^2 \times 0/0/3 = 3\pi \quad (0/25)$ $(0/25)$	۱
۱۳	<p>اولاً باید f در $x_0 = \frac{\pi}{4}$ پیوسته باشد.</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \frac{\pi}{4} a - b = 0 \quad (0/25)$ <p>ثانیاً مشتق چپ و راست تابع f در $x_0 = \frac{\pi}{4}$ باید مساوی باشند.</p> $\begin{cases} f'_-\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 \\ f'_+\left(\frac{\pi}{4}\right) = a \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow -1 = a \rightarrow b = -\frac{\pi}{4} \quad (0/25)$	۱
۱۴	$y' = 3x^2 - 6x \rightarrow y'' = 6x - 6 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = a - 2 \Rightarrow$ <p>نقطه عطف یا مرکز تقارن $(1, a - 2)$ $(0/25)$</p> $\begin{cases} x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = -2 \\ y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = -b \end{cases} \rightarrow (-b, -2) \Rightarrow b = -1 \text{ و } a = 0 \quad (0/5)$ $(0/25)$	۱
۱۵	$y' = \cos x + \sqrt{3} \sin x \quad (0/25)$ $y' = 0 \rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} \text{ و } \frac{11\pi}{6} \\ y = 2 \text{ و } y = -2 \end{cases} \quad (0/5)$ $x = 0 \rightarrow y = -\sqrt{3}$ $y = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ و } \frac{4\pi}{3}$ <p style="text-align: center;">« ادامه در صفحه ی چهارم »</p>	۱/۵

رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۶ / ۶	سال سوم آموزش متوسطه
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره تابستانی سال تحصیلی ۱۳۸۵-۸۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------



۱ $2xy^2 + 2yy'x^2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-y}{x}$ (۰/۲۵)
 $m_{\text{مماس}} = 5$ و $m_{\text{قائم}} = -\frac{1}{5}$ (۰/۲۵)
 $y - 5 = 5(x + 1)$ معادله مماس (۰/۲۵) و $y - 5 = -\frac{1}{5}(x - 1)$ معادله قائم (۰/۲۵)



۲۰ جمع نمره

مصححین گرامی با سلام ، لطفاً بازم را به تناسب برای روش های حل درست دیگر تقسیم فرمایید.